

## MODELO BIDIMENSIONAL DE TRANSMISION DE CALOR EN TABLEROS DE PUENTE

PEDRO SERRANO  
y  
JOAQUIN CRUCES DE ABIA

*Departamento de Física Aplicada  
E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad de Cantabria*

### RESUMEN

La influencia de efectos térmicos en tableros de puentes ha sido objeto de interés por los proyectistas en las últimas dos décadas, abordándose el análisis de la transmisión de calor en los mismos y las condiciones térmicas a que está sometido. La evaluación numérica del problema se ha reducido hasta el presente, a modelos de transmisión unidimensionales, que pueden representar aceptablemente tableros tipo losa, especialmente en su parte central. No obstante, los efectos producidos por gradientes térmicos son más acusados en secciones de paredes delgadas y en los bordes del tablero. Esto ha motivado el desarrollo por los autores de un programa de cálculo bidimensional que permita el estudio del campo térmico en una sección completa de la forma más realista posible.

### SUMMARY

The thermal effects on bridge decks has been a subject of interest during the last two decades, beginning the analysis of heat conduction in the deck and the thermal conditions which deal with it. The numerical handling of the problem had been reduced up to the present time, to one-dimensional models of heat transmission, which can only represent reasonably slab decks, mainly in the central area. Although, the most important effects produced by thermal gradients are located in sections with thin walls and in the borders of the deck. The authors have developed a two-dimensional model of heat conduction that reproduce the temperature field in a complete section of the bridge in a realistic manner.

### INTRODUCCION

El análisis de los efectos producidos por gradientes térmicos ha empezado a ser objeto de atención por parte de ingenieros en los últimos años tanto en Europa como en el resto del mundo. Aunque básicamente no es probable que los mismos supongan tensiones que afecten a la seguridad de la estructura, salvo casos muy singulares, su influencia en la estética y durabilidad de la superestructura del puente, justifica tal atención, con la creación de un Grupo de Trabajo orientado a su estudio dentro

Recibido: Junio 1987

del Comité Europeo del Hormigón (C.E.B.) Task Group II/1: "Thermal Effects", creado en 1979.

En el presente artículo se describe el desarrollo de un programa de cálculo de transmisión de calor bidimensional, que puede resultar adecuado para el estudio de la práctica totalidad de tableros de puentes más usuales. La elección del modelo bidimensional constituye una opción razonable entre los modelos unidimensionales usados hasta ahora para el estudio de transmisión de calor en puentes<sup>1,2,3</sup> poco adecuados para cierto tipo de secciones y los modelos tridimensionales más complejos usados en otras ingenierías (nuclear, termotecnia, centrales, etc.). El carácter bidimensional del campo térmico en un puente parece ampliamente comprobado en la práctica.

El modelo utiliza condiciones de contorno muy próximas a la realidad lo que permite un alto grado de fiabilidad de los resultados obtenidos. La determinación de las condiciones de contorno más adecuadas para el estudio, es si cabe tan importante como el propio modelo de cálculo y ha sido analizado en publicaciones previas<sup>4</sup>, aunque en este trabajo nos referiremos exclusivamente al programa en sí, dada la orientación de la revista. El modelo ha sido utilizado para la obtención de algunas conclusiones útiles para el diseño y cálculo de puentes<sup>5</sup>.

El resultado ha sido un programa de cálculo escrito en FORTRAN 77, capaz de ser utilizado en ordenadores personales, presentes hoy día en cualquier gabinete de ingeniería. Las necesidades de memoria y tiempo de ejecución son aceptables para los fines perseguidos, aunque lógicamente la memoria de datos es proporcional al número de nudos de la malla. No obstante, con una discretización como la presentada en los casos prácticos, la ocupación de memoria no supera los 500 Kb.

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

## ESTUDIO MATEMATICO DE LA ECUACION DE CONDUCCION DE CALOR EN DOS DIMENSIONES

La ecuación diferencial que estudia la conducción de calor en un sólido homogéneo e isótropo de dos dimensiones y sometido a un régimen variable o transitorio de temperaturas<sup>6,7</sup> es:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{\rho C}{k} \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad (1)$$

donde

- $t$  = temperatura (K)
- $k$  = conductividad térmica (W/m.K)
- $\dot{q}$  = calor generado o absorbido por unidad de volumen (W/m<sup>3</sup>)
- $\rho$  = densidad (kg/m<sup>3</sup>)
- $C$  = calor específico (J/kg.K)
- $x, y$  = coordenadas rectangulares (m)
- $\tau$  = tiempo (seg.)

Esta ecuación diferencial en derivadas parciales de segundo orden de tipo parabólico no tiene solución general, y menos aún si se aplica a una geometría complicada como puede ser la sección recta de un tablero de puente genérico (con sección cajón, multicelular, de vigas,...). Por tanto es preciso resolver numéricamente la ecuación, habiéndose utilizado el método de las diferencias finitas.

La ecuación general (1) se deduce, aplicando la ley de Fourier de transmisión de calor y posterior aplicación del principio de conservación de la energía, y este mismo proceso se seguirá en la aplicación de las diferencias finitas, por tener un sentido físico mucho más claro, que la sustitución directa de las expresiones en diferencias, sobre la propia ecuación (1).

Para la resolución se ha definido sobre la sección recta de la sección del puente una malla rectangular, en la que se considera también el aire que rodea el tablero con sus propiedades térmicas. Los tamaños de malla utilizados han sido retículas de 5 cm. o 10 cm. de tamaño real, dependiendo del caso.

Se supondrá la malla como se indica en la Figura 1.



Figura 1. Esquema de flujos de calor en un nudo de la malla.

$Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$ , indican los flujos de calor nudo a nudo,  $Q_5$  es el almacenamiento interno de calor y  $Q_6$ , representa el drenaje de calor o enfriamiento por causas exteriores.

La ecuación de continuidad referida a los flujos de calor en el nudo  $(i, j)$ , considerando el criterio de signos indicado en la Figura 1, es:

$$Q_1 + Q_3 = Q_2 + Q_4 + Q_5 + Q_6 \quad (2)$$

Aplicando la ley de Fourier para estudiar el flujo de calor entre nudos:

$$Q_1 = k_{i-1,j,2} (T_{i-1,j} - T_{i,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (W/m) \quad (3)$$

$$Q_2 = k_{i,j,2} (T_{i,j} - T_{i+1,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (W/m) \quad (4)$$

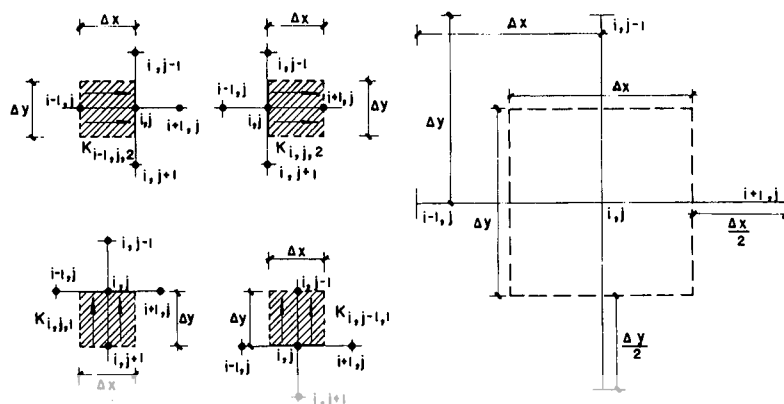


Figura 2. Áreas asignadas a los flujos de calor.

$$Q_3 = k_{i,j,1}(T_{i,j+1} - T_{i,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (W/m) \quad (5)$$

$$Q_4 = k_{i,j-1,1}(T_{i,j} - T_{i,j-1}) \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (W/m) \quad (6)$$

donde  $k_{i,j,1}$  representa la conductividad térmica entre el nudo  $(i,j)$  y el  $(i,j+1)$  y  $k_{i,j,2}$  representa la conductividad térmica entre el nudo  $(i,j)$  y el  $(i+1,j)$ , y  $T_{i,j}$  es la temperatura en el nudo  $(i,j)$  al final del incremento de tiempo.

$$Q_5 = \rho C \Delta x \Delta y \frac{(T_{i,j}(\tau) - T_{i,j}(\tau - \Delta \tau))}{\Delta \tau} \quad (W/m) \quad (7)$$

La cantidad de calor inyectado o drenado al sistema, constante en cada unidad de tiempo será (calor drenado con signo positivo, y calor inyectado con signo negativo):

$$Q_6 = \dot{q}_{i,j} \Delta x \Delta y \quad (W/m) \quad (8)$$

Sustituyendo (3), (4), (5), (6), (7), (8) en la ecuación (2), se obtiene:

$$\begin{aligned} & k_{i-1,j,2}(T_{i-1,j} - T_{i,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} + k_{i,j,1}(T_{i,j+1} - T_{i,j}) \frac{\Delta x}{\Delta y} = \\ & = k_{i,j,2}(T_{i,j} - T_{i+1,j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} + k_{i,j-1,1}(T_{i,j} - T_{i,j-1}) \frac{\Delta x}{\Delta y} + \\ & + \rho C \Delta x \Delta y \frac{(T_{i,j}(\tau) - T_{i,j}(\tau - \Delta \tau))}{\Delta \tau} + \dot{q}_{i,j} \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (9)$$

Dividiendo entre  $\Delta x \Delta y$  se obtendrá:

$$\begin{aligned} & k_{i-1,j,2} \frac{(T_{i-1,j} - T_{i,j})}{\Delta x^2} + k_{i,j,1} \frac{(T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\Delta y^2} = \\ & = k_{i,j,2} \frac{(T_{i,j} - T_{i+1,j})}{\Delta x^2} + k_{i,j-1,1} \frac{(T_{i,j} - T_{i,j-1})}{\Delta y^2} + \\ & + \rho C \frac{(T_{i,j}(\tau) - T_{i,j}(\tau - \Delta \tau))}{\Delta \tau} + \dot{q}_{i,j} \end{aligned} \quad (10)$$

La ecuación (10) corresponde al equilibrio en el nudo  $(i, j)$ , y tiene cinco incógnitas que son las temperaturas  $T_{i-1,j}; T_{i+1,j}; T_{i,j}; T_{i,j-i}; T_{i,j+1}$ . Si la malla es de dimensiones  $M \times N$ , resultará en total un sistema de  $M \times N$  ecuaciones con cinco incógnitas en cada ecuación. Para resolver este sistema se podría utilizar el método de eliminación de Gauss pero con un coste de tiempo de computación excesivamente elevado (se utilizarán frecuentemente mallas con más de 5000 nudos). Un método iterativo, como por ejemplo Gauss-Seidel, tendría también problemas con el excesivo tiempo de computación debido al elevado número de iteraciones que permita lograr una convergencia adecuada.

Con el fin de evitar estos problemas se utiliza el método implícito de dirección alternante<sup>8</sup> y de esta forma se sustituye el gran sistema de  $M \times N$  ecuaciones por un conjunto de  $M$  y  $N$  sistemas de  $M$  y  $N$  ecuaciones según el caso, y que vale la pena tener una resolución muy sencilla.

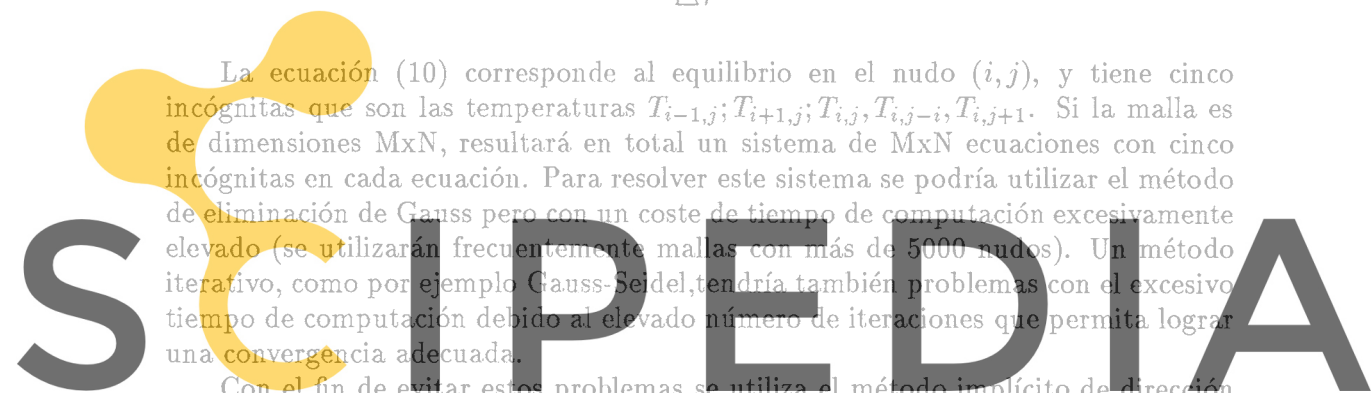
Para ello, se resuelven las ecuaciones correspondientes a una sola columna del modelo, considerando los valores en las columnas contiguas como constantes. Resulta, por tanto, para la columna en estudio un sistema de  $M$  ecuaciones con una matriz tridiagonal que permite resolver rápidamente con el método de eliminación de Gauss. Este proceso se repite para las  $N$  columnas y se resolverán los  $N$  sistemas de ecuaciones.

Después que todas las ecuaciones columna han sido procesadas, se pasa a solucionar las ecuaciones de equilibrio en el nudo, para cada fila individual, mientras que los términos relativos a las filas adyacentes permanecen constantes.

Finalmente, una vez que todas las ecuaciones han sido solucionadas también fila a fila, se da por terminada una iteración. Se pondrá un criterio de convergencia, que en el presente caso es obtener la suma de los valores absolutos de las diferencias entre una iteración completa y la anterior, y en caso de que no cumpla el criterio de convergencia, vuelve a comenzar el cálculo nuevamente.

El proceso se repite para los sucesivos intervalos de tiempo. Según Paeceman y Rachford<sup>8</sup> esta técnica es incondicionalmente estable para cualquier valor del intervalo de tiempo.

Desde un punto de vista físico, el método de dirección alternante equivale a suponer que una malla rectangular tiene un flujo vertical de calor, seguido de



otro horizontal, repitiendo este proceso de flujos ortogonales hasta que se logra la convergencia.

La ecuación (10) se debe modificar y reordenar para facilitar la resolución de las ecuaciones del nudo por filas o por columnas. Además se hará otra simplificación suponiendo que la malla es cuadrada, es decir  $\Delta x = \Delta y$ , por tanto la ecuación (10) resulta:

$$\begin{aligned} & k_{i-1,j,2}(T_{i-1,j} - T_{i,j}) + k_{i,j,1}(T_{i,j+1} - T_{i,j}) = \\ & = k_{i,j,2}(T_{i,j} - T_{i+1,j}) + k_{i,j-1,1}(T_{i,j} - T_{i,j-1}) + \\ & + \rho C \frac{(\Delta x)^2}{\Delta \tau} (T_{i,j(\tau)} - T_{i,j(\tau-\Delta \tau)}) + \dot{q}_{i,j}(\Delta x)^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Reagrupando se tendrá:

$$\begin{aligned} & T_{i,j}(k_{i-1,j,2} + k_{i,j,1} + k_{i,j,2} + k_{i,j-1,1} + \rho C \frac{(\Delta x)^2}{\Delta \tau}) - \\ & - T_{i-1,j}k_{i-1,j,2} - T_{i,j+1}k_{i,j,1} - T_{i+1,j}k_{i,j,2} - T_{i,j-1}k_{i,j-1,1} = \\ & = \rho C \frac{(\Delta x)^2}{\Delta \tau} T_{i,j(\tau-\Delta \tau)} - \dot{q}_{i,j}(\Delta x)^2 \end{aligned} \quad (12)$$

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

La ecuación (12) toma dos formas diferentes de reagrupamiento según se efectúe el cálculo por filas o por columnas de la malla. Si el cálculo se hace por columnas quedará:

$$\begin{aligned} & -T_{i,j-1}k_{i,j-1,1} + T_{i,j}(k_{i-1,j,2} + k_{i,j,1} + k_{i,j,2} + k_{i,j-1,1} + \rho C \frac{(\Delta x)^2}{\Delta \tau}) - \\ & - T_{i,j+1}k_{i,j,1} = \rho C \frac{(\Delta x)^2}{\Delta \tau} T_{i,j(\tau-\Delta \tau)} - \\ & - \dot{q}_{i,j}(\Delta x)^2 + T_{i-1,j}k_{i-1,j,2} + T_{i+1,j}k_{i,j,2} \end{aligned} \quad (13)$$

o bien

$$AA_j T_{i,j-1} + BB_j T_{i,j} + CC_j T_{i,j+1} = DD_j \quad (14)$$

donde

$$AA_j = -k_{i,j-1,1} \quad (15)$$

$$BB_j = k_{i-1,j,2} + k_{i,j,1} + k_{i,j,2} + k_{i,j-1,1} + \rho C \frac{(\Delta x)^2}{\Delta \tau} \quad (16)$$

$$CC_j = -k_{i,j,1} \quad (17)$$

$$DD_j = \rho C \frac{(\Delta x)^2}{\Delta \tau} T_{i,j(\tau-\Delta \tau)} - \dot{q}_{i,j}(\Delta x)^2 + T_{i-1,j}k_{i-1,j,2} + T_{i+1,j}k_{i,j,2} \quad (18)$$

Para el cálculo por filas se reagrupará de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & -T_{i-1,j}k_{i-1,j,2} + T_{i,j}(k_{i-1,j,2} + k_{i,j,1} + k_{i,j,2} + k_{i,j-1,1} + \rho C \frac{(\Delta x)^2}{\Delta \tau}) - \\ & -T_{i+1,j}k_{i,j,2} = \rho C \frac{(\Delta x)^2}{\Delta \tau} T_{i,j(\tau-\Delta \tau)} - \dot{q}_{i,j}(\Delta x)^2 + T_{i,j+1}k_{i,j,1} + T_{i,j-1}k_{i,j-1,1} \end{aligned} \quad (19)$$

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

o bien

$$AA_i T_{i-1,j} + BB_i T_{i,j} + CC_i T_{i+1,j} = DD_i \quad (20)$$

donde

$$AA_i = -k_{i-1,j,2} \quad (21)$$

$$BB_i = k_{i-1,j,2} + k_{i,j,1} + k_{i,j,2} + k_{i,j-1,1} + \rho C \frac{(\Delta x)^2}{\Delta \tau} \quad (22)$$

$$CC_i = -k_{i,j,2} \quad (23)$$

$$DD_i = \rho C \frac{(\Delta x)^2}{\Delta \tau} T_{i,j(\tau-\Delta \tau)} - \dot{q}_{i,j}(\Delta x)^2 + T_{i,j+1}k_{i,j,1} + T_{i,j-1}k_{i,j-1,1} \quad (24)$$

Queda por tanto, la ecuación (1) resuelta por filas (ecuación (14)) o por columnas (ecuación (20)) de las mallas de forma que en cada caso se tiene una matriz tridiagonal que se resolverá cada una por el método de eliminación de Gauss, de gran rapidez de ejecución.

### CONSIDERACIONES AMBIENTALES

La solución de la ecuación diferencial (1) depende de las condiciones iniciales y de las condiciones de contorno. Las condiciones iniciales deben corresponder a situaciones reales comprobadas experimentalmente<sup>5,9</sup>, así se ha impuesto la condición inicial de temperatura uniforme a las 8,00 horas, puesto que ya se conoce de la experiencia que, a esta hora el gradiente de temperatura es mínimo.

El programa considera el caso de un ciclo completo de 24 horas. Este período de tiempo se ha demostrado<sup>9</sup> que debido al volumen de hormigón de los tableros del puente, es suficiente para que penetre la onda térmica en toda la masa.

Las condiciones de contorno a imponer, son las condiciones termo-ambientales<sup>4</sup> que se interrelacionan en el tablero. Se trata de la temperatura y la radiación solar.

La temperatura<sup>4</sup> se ha considerado como una ley senoidal de período 24 horas de la cual es preciso conocer su valor promedio y la oscilación (Figura 3).

Para la radiación solar, estudiada durante el ciclo completo de 24 horas, es preciso componer la ley de radiación solar durante el día<sup>4</sup> con la pérdida constante por radiación térmica que existe durante la noche (Figura 4). En los periodos transitorios día-noche se supone una ley lineal.

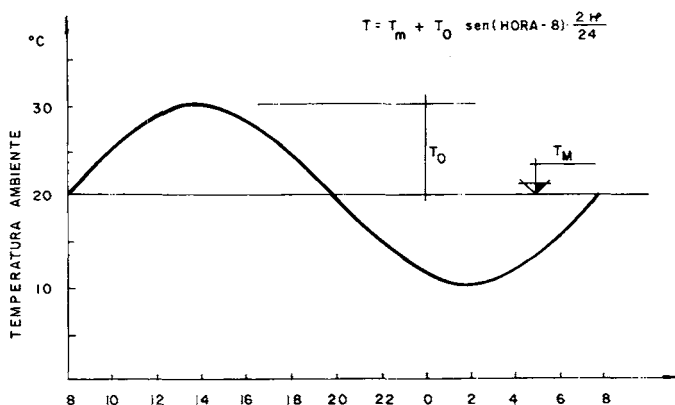


Figura 3. Ley diaria de temperaturas.



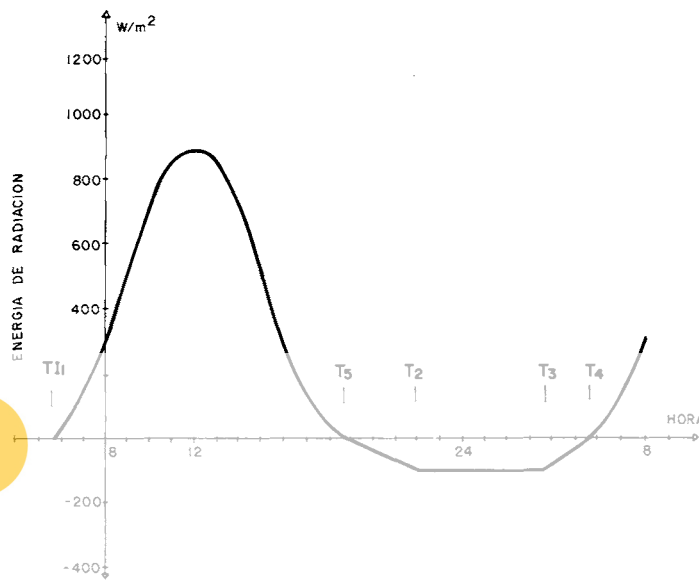


Figura 4. Ley diaria de radiación.

## CONSIDERACIONES RELATIVAS A LAS CONDICIONES DE CONTORNO

### Estudio de la radiación solar

La radiación solar se ha considerado como una generación de calor en los elementos que están sometidos a radiación solar. Estos elementos son el perímetro y toda la superficie horizontal superior del tablero.

Se supondrá que  $I$  es el calor en  $\text{W/m}^2$  (Figura 5) que incide y se absorbe en la unidad de superficie por unidad de tiempo  $\tau$ .

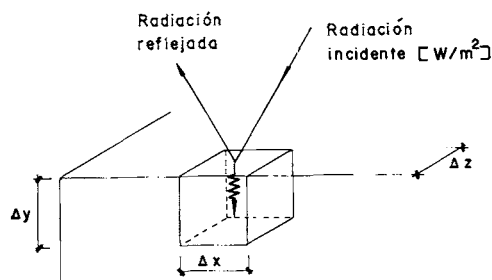


Figura 5. Radiación solar absorbida.

El calor total incidente sobre la superficie de elemento de malla será:

$$I \cdot (\Delta x) \cdot (\Delta z) \quad (\text{Wattios}) \quad (25)$$

Se supondrá que este calor es el generado por el cubo, y siendo  $\dot{q}_{i,j}$  el calor generado por unidad de volumen,

$$\dot{q}_{i,j}(\Delta x)(\Delta y)(\Delta z) = I(\Delta x)(\Delta z) \quad (\text{Wattios}) \quad (26)$$

$$\dot{q}_{i,j} = \frac{I}{\Delta y} \quad (\text{Wattios/m}^3) \quad (27)$$

Conductividad equivalente en la unión de dos medios



Figura 6. Conductividad equivalente entre dos medios.

Sean dos puntos contiguos  $A(i, j)$ ;  $B(i, j + 1)$  de dos medios sólidos de diferentes propiedades térmicas, (Figura 6) en particular las conductividades térmicas.

$$\begin{array}{ll} \text{Punto } (i, j) & \rightarrow k = k_{i,j,1} \\ \text{Punto } (i, j + 1) & \rightarrow k = k_{i,j+1,1} \end{array} \quad (28)$$

Se calcula el flujo vertical de calor que será igual al transmitido entre los puntos  $(i, j)$  y 1 que entre 1 e  $(i, j + 1)$ .

$$\frac{\phi}{\Delta x} = k_{i,j,1} \frac{(T_1 - T_A)}{\frac{\Delta y}{2}} = k_{i,j+1,1} \frac{(T_B - T_1)}{\frac{\Delta y}{2}} \quad (29)$$

$$\frac{T_1 - T_A}{\frac{\Delta y}{2k_{i,j,1}}} = \frac{T_B - T_1}{\frac{\Delta y}{2k_{i,j+1,1}}} = \frac{T_B - T_A}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k_{i,j,1}} + \frac{1}{k_{i,j+1,1}}\right)\Delta y} = \frac{T_B - T_A}{\frac{\Delta y}{k_e}} \quad (30)$$

$$\frac{1}{k_e} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k_{i,j,1}} + \frac{1}{k_{i,j+1,1}}\right) \quad (31)$$

$$k_e = 2 \frac{k_{i,j,1}k_{i,j+1,1}}{k_{i,j,1} + k_{i,j+1,1}} \quad (32)$$

Para el caso de que el plano de unión sea vertical la expresión anterior es equivalente.

### Estudio de la convección

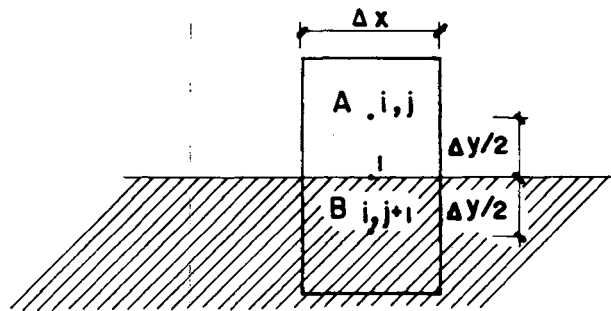


Figura 7. Conductividad equivalente en el contorno.

Se supondrá que el nudo  $(i,j)$  (Figura 7) pertenece al fluido (aire) y el  $(i,j+1)$  pertenece al sólido.

Según la Figura 7 el punto intermedio S pertenece a la superficie. Se impondrá la condición de que el calor transmitido entre  $(i,j)$  y (S) es igual que el existente entre (S) e  $(i,j+1)$

$$\phi = h(T_s - T_a)\Delta x = k_{i,j,1} \frac{(T_{i,j+1} - T_s)\Delta x}{\frac{\Delta y}{2}} = k_e \frac{T_{i,j+1} - T_a}{\Delta y} \Delta x \quad (33)$$

$k_e$  es la conductividad equivalente entre  $(i,j)$  e  $(i,j+1)$  es decir  $k_{e,i,j,1}$

$$\phi = \frac{h(T_s - T_a)}{\frac{1}{h\Delta x}} = \frac{T_{i,j+1} - T_s}{\frac{\Delta y}{2k_{i,j,1}\Delta x}} = \frac{T_{i,j+1} - T_a}{\frac{\Delta y}{k_{ei,j,1}\Delta x}} = \frac{T_s - T_a + T_{i,j+1} - T_s}{\frac{1}{h\Delta x} + \frac{\Delta y}{2k_{i,j,1}\Delta x}} \quad (34)$$

$$\frac{\Delta y}{k_{ei,j,1}} = \frac{1}{h} + \frac{\Delta y}{2k_{i,j,1}} \Rightarrow k_{ei,j,1} = \frac{\Delta y}{\frac{1}{h} + \frac{\Delta y}{2k_{i,j,1}}} \quad (35)$$

$$k_{ei,j,1} = \frac{1}{\frac{1}{h\Delta y} + \frac{1}{2k_{i,j,1}}} \quad (36)$$

En el caso de flujo horizontal de igual forma:

$$k_{ei,j,2} = \frac{1}{\frac{1}{h\Delta y} + \frac{1}{2k_{i,j,2}}} \quad (37)$$

## PROGRAMA CAL2D

El hardware utilizado está formado por un equipo Hewlett-Packard 1000 de la serie A600. Se trata de un ordenador de 16 bits con una memoria central de 512 Kb.

El programa CAL2D está escrito en FORTRAN 77 con una estructura modular que permite modificar bloques o módulos completos y adaptarlos a otros casos particulares (Figura 8). La entrada de datos está especialmente concebida para el caso de tableros de puente, ya que con la introducción de la geometría del tablero (ancho total, número de huecos, ...) se generarán automáticamente las propiedades de cada nudo de la malla y las relaciones con los puntos contiguos. Quedan por introducir únicamente las propiedades de cada material y las condiciones térmico-ambientales.

Con el fin de mejorar la convergencia, se hace, al comienzo de cada paso de tiempo, una predicción del campo de temperaturas en función de la historia de cada punto en los dos instantes de tiempo anteriores.

Los resultados que se obtienen del programa son de dos tipos. Por impresora se obtienen, cada hora, los valores de la temperatura en las columnas de la malla

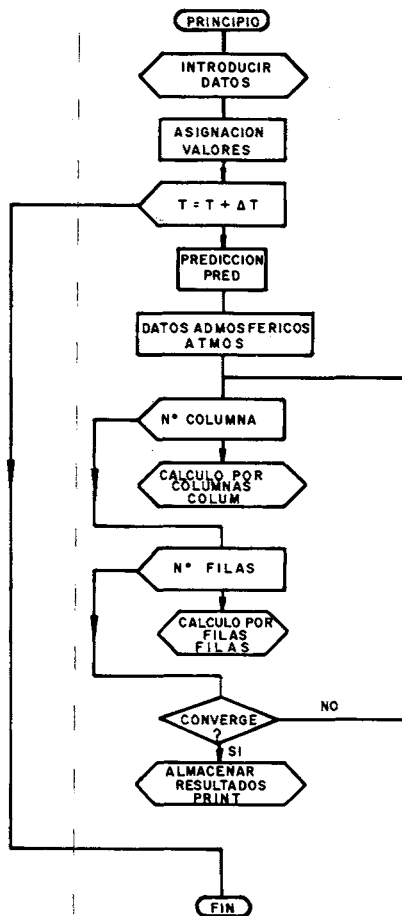


Figura 8. Ordinograma del programa CAL2D.

que se hayan indicado, ya que los valores en todos los puntos sería un volumen de datos numéricos difícil de analizar. Por plotter se obtienen las gráficas del campo de temperaturas en toda la sección de tablero, incluido el aire exterior e interior; estas gráficas se refieren a unas horas preestablecidas. El programa de diseño gráfico ha sido desarrollado en el propio Departamento de Ciencias Aplicadas a la Ingeniería de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Santander y permite la visualización en pantalla gráfica, o la obtención de dibujo sobre papel en un plotter HP-7585 A.

## RESULTADOS OBTENIDOS

El programa CAL2D se ha utilizado para analizar el campo térmico en diversos tipos de puentes como por ejemplo puentes de sección cajón, puentes multicelulares o puentes de vigas. Se han estudiado una serie de zonas de la sección, de las que se sabía por la bibliografía especializada, que tenían problemas en cuanto a aparición

de fisuras por gradientes térmicos no consideradas en la fase de proyecto. De esta forma se han obtenido las gráficas de la evolución de la temperatura en una serie de puntos característicos.

Se presentan las gráficas del campo de temperaturas en dos tableros de puente, definidos en las Figuras 9 y 10. Corresponden a un puente de tablero con sección cajón y de otro tablero formado por vigas. La zona rayada en las Figuras corresponde a la zona estudiada ya que el resto se puede obtener por simetrías.

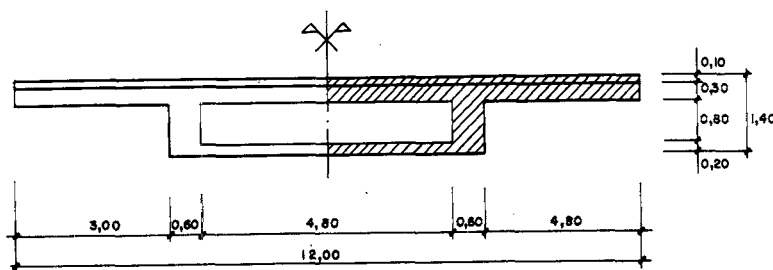


Figura 9. Puente de sección cajón.

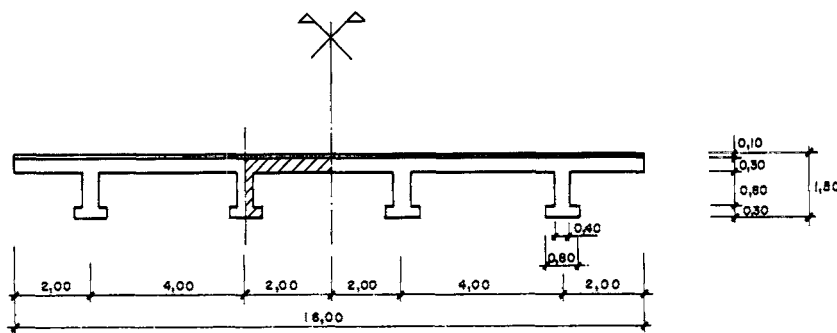


Figura 10. Puente de vigas.

Las gráficas de las Figuras 11, 12, 13 y 14 pertenecen al tablero con sección cajón y corresponden a las superficies de temperaturas a las 15 horas, a las 21 horas, a las 3 horas de la noche siguiente y a las 8 horas de la mañana.

Las Figuras 15, 16, 17 y 18 pertenecen a la misma superficie de temperaturas de una semiviga del tablero de vigas y se refieren a las mismas horas del caso anterior.

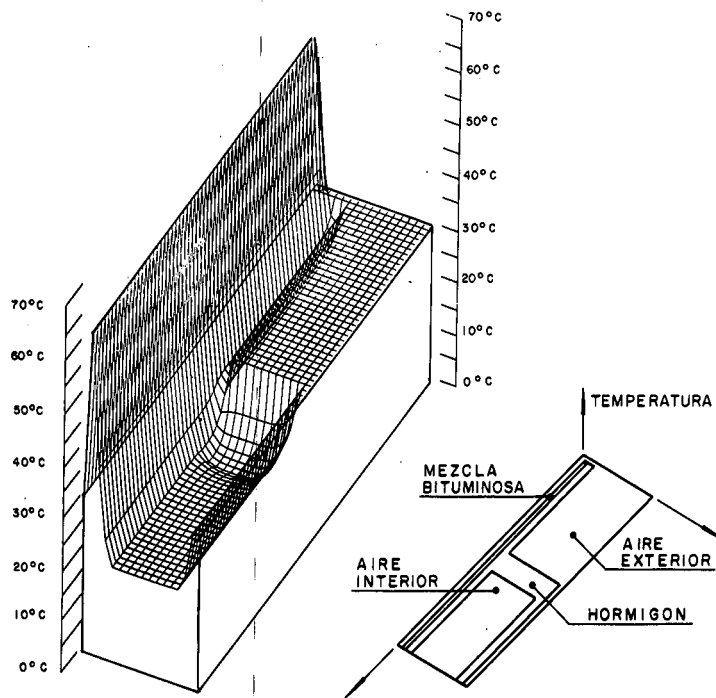


Figura 11. Puente de sección cajón. Superficie de temperaturas. Día caluroso. 15 horas p.m.

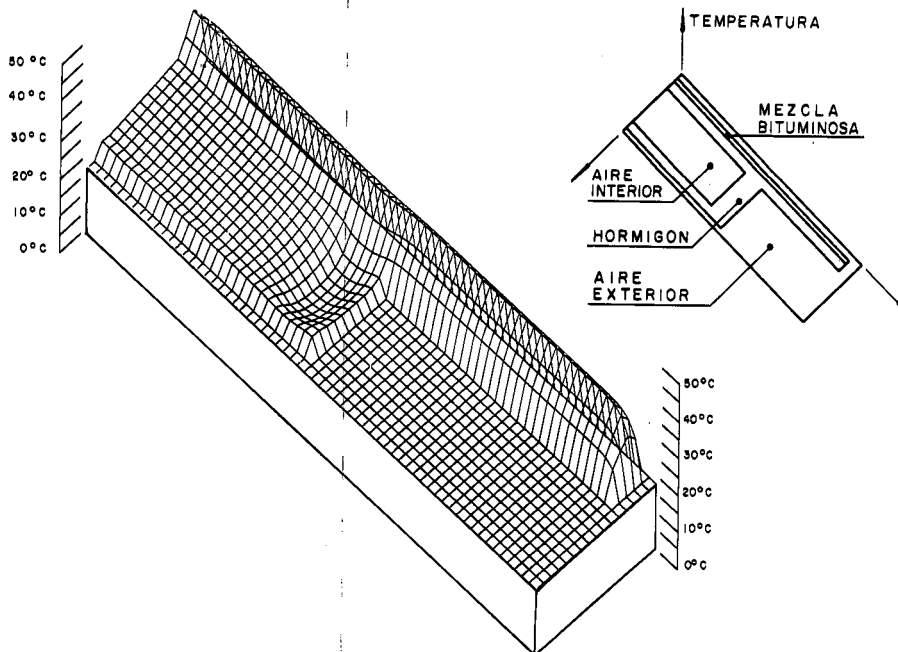


Figura 12. Puente de sección cajón. Superficie de temperaturas. Día caluroso. 21 horas p.m.

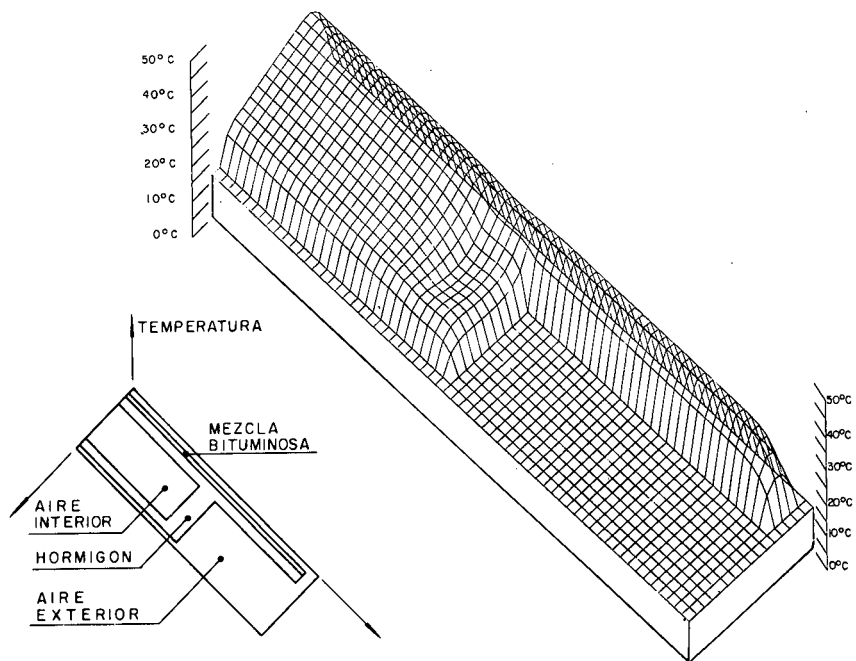


Figura 13. Puente de sección cajón. Superficie de temperaturas. Día caluroso. 3 horas a.m.

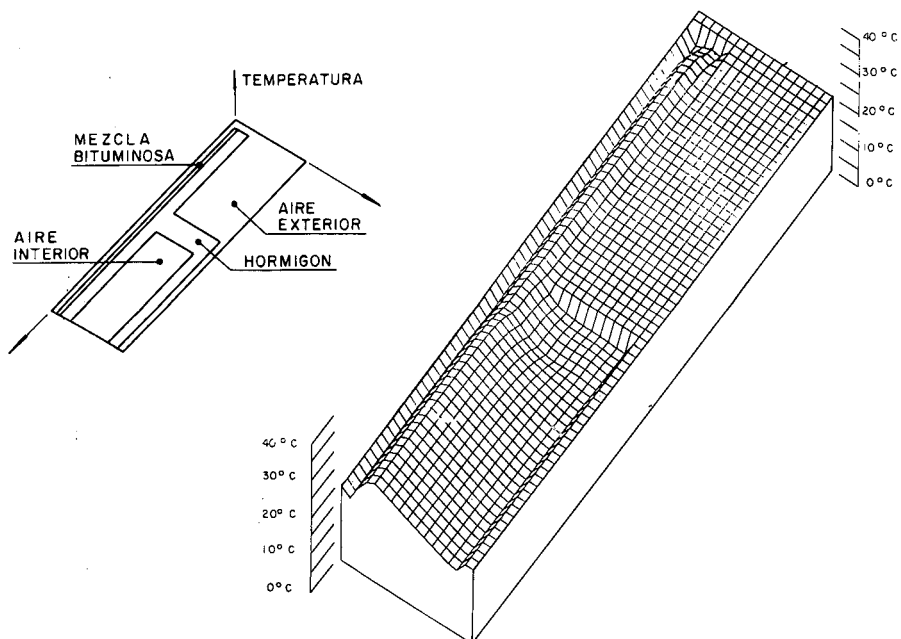


Figura 14. Puente de sección cajón. Superficie de temperaturas. Día caluroso. 8 horas a.m.



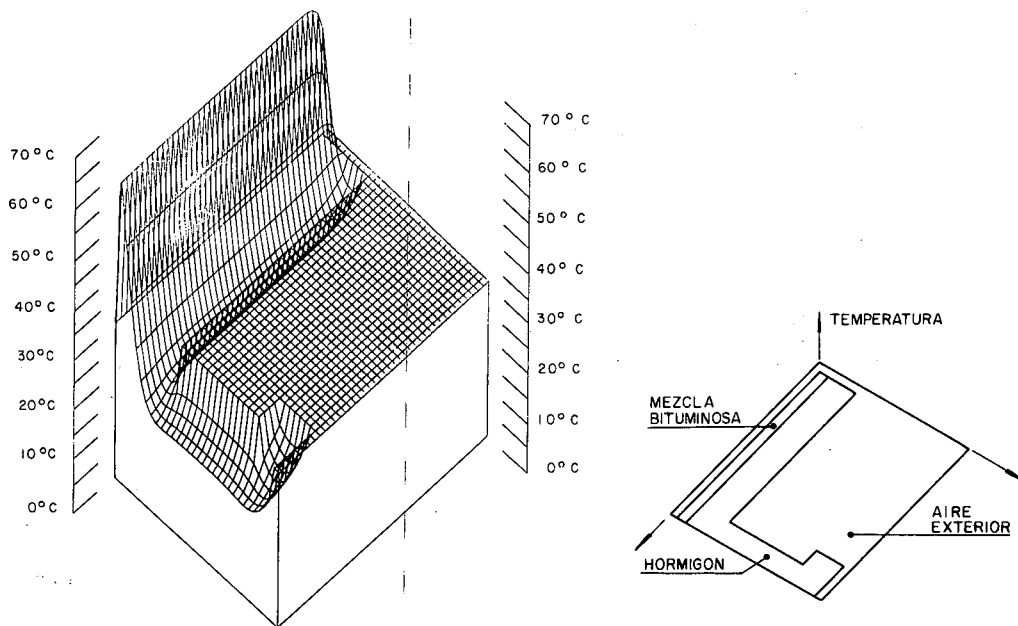


Figura 15. Puente de vigas. Superficie de temperaturas. Día caluroso. 15 horas p.m.

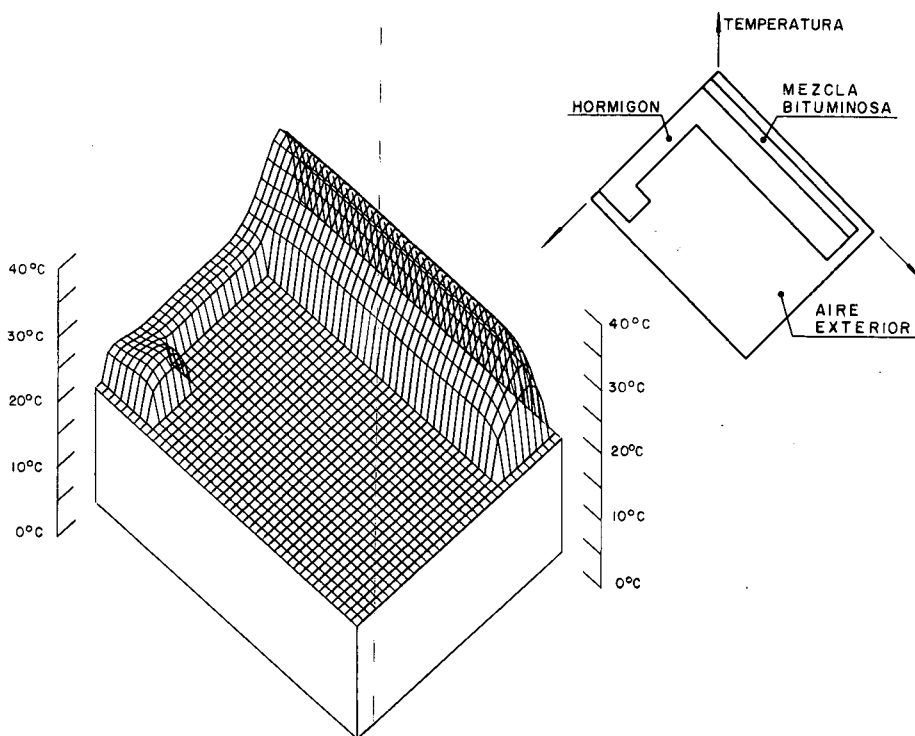


Figura 16. Puente de vigas. Superficie de temperaturas. Día caluroso. 21 horas p.m.

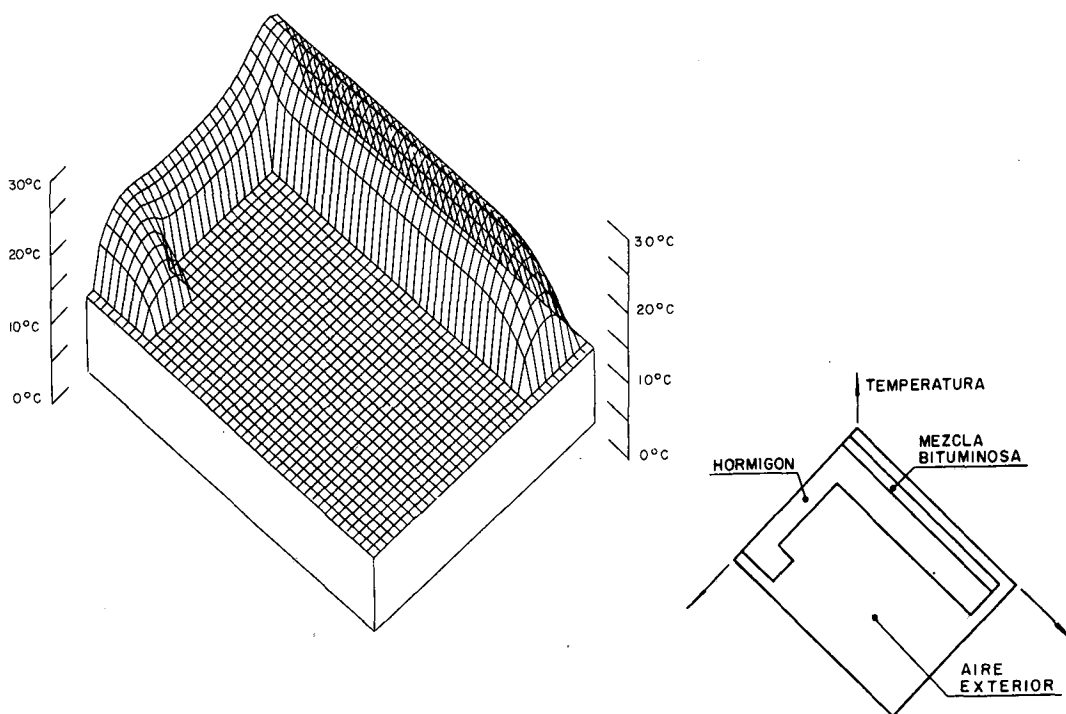


Figura 17. Puente de vigas. Superficie de temperaturas. Día caluroso. 3 horas a.m.

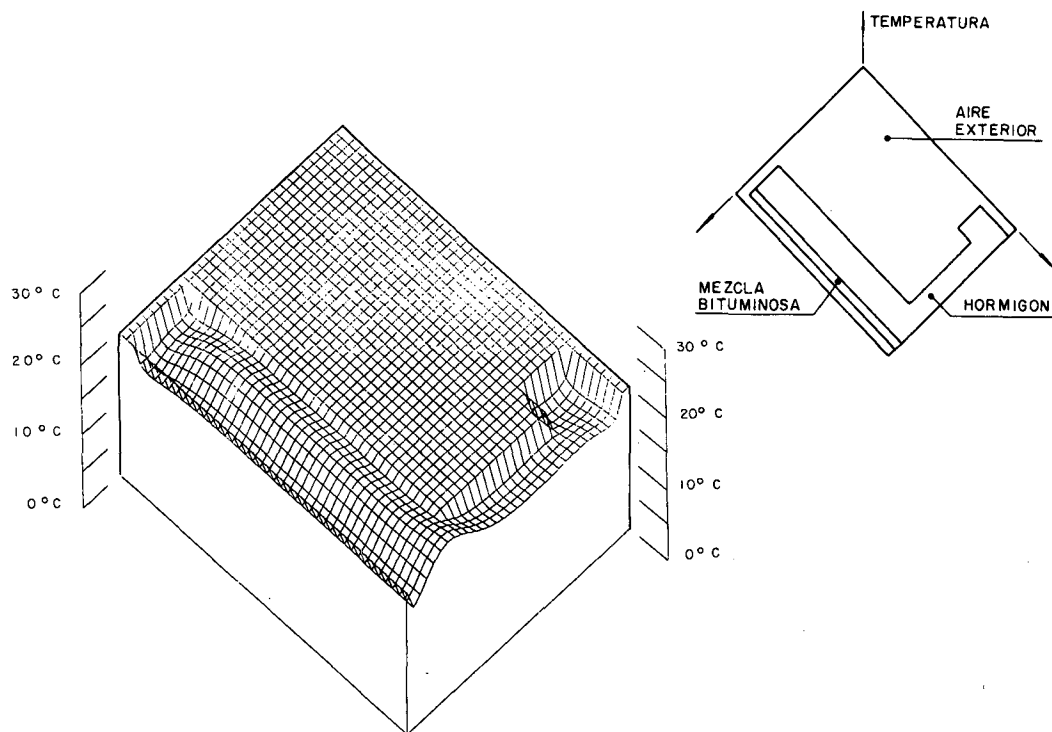


Figura 18. Puente de vigas. Superficie de temperaturas. Día caluroso. 8 horas a.m.

## REFERENCIAS

1. M. Emerson, "The calculation of the distribution of temperature in bridges", Crowthorne. TRRL. *Report LR 561*, (1973).
2. M.J.N. Priestley, "Design thermal gradients for concrete bridges", *New Zealand Engineering*, Vol. 31, part 8, pp. 213-219, (1976).
3. Comité Euro-Internacional du Béton, Bulletin d'information, no. 167, (1985).
4. P. Serrano y J. Cruces, "Condiciones ambientales de contorno en el estado térmico de tableros de puente", *Hormigón y Acero*, no. 161, pp. 9-19, (1986).
5. P. Serrano y J. Cruces, "Simulación del comportamiento térmico de tableros de puente", *Hormigón y Acero*, no. 161, pp.21-34, (1986).
6. V. Isachenko, V. Osipova y A. Sukomel, "*Transmisión de calor*", Editorial Marcombo, (1979).
7. H.S. Carslaw y J.C. Jaeger, "*Conduction of heat in solids*", Second Edition, Editorial Oxford University, (1959).
8. D.W. Peaceman y H.H. Rachford, "The numerical solution of parabolic and differential equations", *Journal Society of Industrial and Applied Mathematics*, Vol. 3, pp. 28-41
9. P. Serrano, "Simulación del comportamiento térmico de tableros de puente y su influencia en el estado tensional", *Tesis doctoral*. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Cantabria, (1985).